

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ  
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ  
«Национальный исследовательский ядерный университет «МИФИ»  
Снежинский физико-технический институт –  
филиал федерального государственного автономного образовательного учреждения  
высшего образования «Национальный исследовательский ядерный университет «МИФИ»  
(СФТИ НИЯУ МИФИ)

УТВЕРЖДАЮ  
Руководитель СФТИ НИЯУ МИФИ  
\_\_\_\_\_ О.В. Линник

СОГЛАСОВАНО  
Заместитель руководителя по учебной  
и научно-методической работе  
СФТИ НИЯУ МИФИ  
\_\_\_\_\_ П.О. Румянцев

**ПРОГРАММА**  
**ВСТУПИТЕЛЬНОГО ИСПЫТАНИЯ**  
**по группе научных специальностей**  
**1.1. «Математика и механика»**

**ДЛЯ ПОСТУПАЮЩИХ НА ПРОГРАММЫ ПОДГОТОВКИ**  
**НАУЧНЫХ И НАУЧНО-ПЕДАГОГИЧЕСКИХ КАДРОВ В АСПИРАНТУРЕ**

Программа определяет требования к содержанию вступительных испытаний в аспирантуру по группе научных специальностей 1.1. «Математика и механика». Предназначена для вступительных испытаний.

## 1 Форма проведения испытания

Вступительные испытания по научным специальностям:

- 1.1.2 «Дифференциальные уравнения и математическая физика»
- 1.1.7 «Теоретическая механика, динамика машин»
- 1.1.8 «Механика деформируемого твёрдого тела»
- 1.1.9 «Механика жидкости, газа и плазмы»

проводится с целью выявления у абитуриента объёма научных знаний, научно-исследовательских компетенций, навыков системного и критического мышления, необходимых для обучения в аспирантуре. Абитуриент должен показать профессиональное владение теорией и практикой в предметной области, продемонстрировать умение вести научную дискуссию.

Аттестация поступающего в аспирантуру проводится в виде собеседования с обязательным оформлением ответов на вопросы билета в письменном виде. Билет основан на 2 тематических вопросах и предоставленного реферата по предполагаемой теме исследования.

## 2 Критерии оценки результатов испытания

Члены экзаменационной комиссии оценивают ответ по 100 балльной шкале.

Оценка по 100 балльной шкале	Оценка по 5 балльной шкале	Критерии оценивания
100-90	<b>«отлично»</b>	- даны исчерпывающие и обоснованные ответы на вопросы, поставленные комиссией
89-75	<b>«хорошо»</b>	- даны полные, достаточно глубокие и обоснованные ответы на вопросы, поставленные экзаменационной комиссией; - ответы на вопросы даются полно, но логическая последовательность не всегда соблюдается
74-60	<b>«удовлетворительно»</b>	- даны в основном правильные ответы на вопросы, поставленные экзаменационной комиссией; - ответы на вопросы даются в основном полно, но при слабом логическом оформлении высказываний.
менее 60	<b>«неудовлетворительно»</b>	не выполнены условия, позволяющие поставить оценку «удовлетворительно»

Решения экзаменационной комиссии принимаются большинством голосов.

### 3 Тематические вопросы испытания

#### *по научной специальности 1.1.2 «Дифференциальные уравнения и математическая физика»*

1. Основные уравнения математической физики. Классификация линейных дифференциальных уравнений с частными производными второго порядка с двумя и многими независимыми переменными.
2. Теорема о существовании и единственности классического решения краевой задачи для уравнения гиперболического типа на отрезке.
3. Формула Даламбера для решения задачи Коши, поставленной на прямой для волнового уравнения.
4. Теорема о существовании и единственности классического решения краевой задачи для уравнения параболического типа на отрезке.
5. Формула Пуассона для решения задачи Коши, поставленной на прямой для линейного уравнения теплопроводности.
6. Принцип максимума и единственность классического решения задачи Коши для уравнения теплопроводности на прямой.
7. Теорема об интегральном представлении гармонической функции (случай плоскости).
8. Теорема об единственности и непрерывной зависимости классических решений внешней и внутренней задач Дирихле.
9. Решение линейных алгебраических уравнений. Точные и итерационные методы.
10. Численное интегрирование. Численные методы решения обыкновенных дифференциальных уравнений.
11. Алгоритмы решения нелинейных уравнений и минимизации функций многих переменных.
12. Разностные схемы для уравнения Пуассона, теплопроводности, переноса и волнового уравнения. Метод прогонки.
13. Обработка экспериментальных данных и метод наименьших квадратов.
14. Нормальная система ОДУ, задача Коши.
15. Нормальная система линейных дифференциальных уравнений. Метод вариации постоянных. Линейное дифференциальное уравнение  $n$ -го порядка.
16. Структура решения линейной однородной системы дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами. Линейное дифференциальное уравнение  $n$ -го порядка с постоянными коэффициентами.
17. Теоремы существования и единственности системы ОДУ. Понятие о непродолжаемых решениях.
18. Зависимость решения задачи Коши для системы ОДУ от параметров и начальных условий.
19. Приближенные методы решения задачи Коши для системы ОДУ.
20. Поведение траекторий линейной однородной ОДУ второго порядка с постоянными действительными коэффициентами.
21. Понятие устойчивости решения нормальной системы ОДУ. Устойчивость тривиального решения линейной однородной системы дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами. Теоремы Ляпунова об устойчивости.

22. Уравнения с частными производными первого порядка, решение задачи Коши для квазилинейного уравнения. Линейное однородное уравнение с частными производными первого порядка и первые интегралы динамических систем.

***по научной специальности 1.1.7 «Теоретическая механика, динамика машин»***

1. Каноническое преобразование. Уравнение Гамильтона-Якоби, полный интеграл.
2. Принцип наименьшего принуждения Гаусса. Принцип наименьшей кривизны Герца. Принцип Гамильтона. Принцип наименьшего действия Лагранжа и Якоби.
3. Уравнение движения в форме Руса, Аппеля. Движение тел по абсолютно шероховатой поверхности (плоскости).
4. Скобка Пуассона и её свойства. Тождество Якоби. Теорема Пуассона о первых интегралах.
5. Динамика твёрдого тела. Постановка задачи о движении твердого тела.
6. Первые интегралы. Случаи Эйлера-Пуассона, Лагранжа-Пуассона. Регулярные прецессии. Перманентные вращения и их устойчивость.
7. Периодические колебания в неавтономных нелинейных системах в нерезонансном и резонансном случаях. Устойчивость периодических колебаний в неавтономных нелинейных системах.
8. Периодические колебания в автономных нелинейных системах. Устойчивость периодических колебаний в автономных нелинейных системах.
9. Почти периодические колебания в нелинейных системах. Устойчивость почти периодических колебаний в нелинейных системах.
10. Метод усреднения. Теорема об обосновании метода усреднения. Метод усреднения Крылова-Боголюбова.
11. Параметрический резонанс. Автоколебания. Метод фазовой плоскости.
12. Понятие о предельном цикле. Метод малого параметра Пуанкаре.
13. Линейные управляемые системы. Принцип максимума и вариационное исчисление. Метод динамического программирования Беллмана.
14. Проблема оптимальной стабилизации управляемых движений. Теорема Красовского.
15. Свободные колебания балок. Вынужденные колебания балок. Колебания балок на упругом основании.
16. Численные методы решения задач динамики и прочности.
17. Уравнение продольных колебаний стержней. Крутильные колебания стержней. Изгибные колебания стержней.
18. Принцип Гамильтона-Остроградского для упругих систем.
19. Нестандартные режимы в нелинейных системах.
20. Продольный удар. Удар при кручении. Удар при изгибе. Комбинированный удар. Определение динамических коэффициентов при ударе.
21. Методы анализа напряженно-деформированного состояния при экспериментальных исследованиях.

***по научной специальности 1.1.8 «Механика деформируемого твёрдого тела»***

1. Скаляр, вектор, тензор различного ранга в описании физико-математических свойств материалов.
2. Основные операции: сложение, умножение и свёртывание тензоров.

3. Теория напряжений. Принцип напряжений. Тензор напряжений. Напряжённое состояние в точке.
4. Преобразование компонент тензора напряжений. Инварианты тензора напряжений. Разложение тензора напряжений на шаровой и девиатор.
5. Напряжения на наклонных площадках. Условия равновесия на границе. Формула Коши.
6. Уравнения равновесия в напряжениях. Главные напряжения. Максимальные касательные напряжения.
7. Теория деформации. Вектор перемещений. Тензор перемещений и деформации.
8. Представление нелинейного тензора деформации через линейный тензор и тензор малого поворота. Тензор малой деформации.
9. Уравнение совместности. Деформированное состояние в точке тела.
10. Инварианты тензора деформации и главные деформации. Максимальный сдвиг.
11. Определяющее соотношение теории упругости. Обобщённый закон Гука. Закон Гука для изотропного материала.
12. Краевая задача. Краевые задачи в перемещениях и напряжениях.
13. Уравнение Ляме. Теория о единственности решения. Обобщённый закон Гука для анизотропного материала.
14. Различные способы описания упругих свойств и их связь.
15. Пластичность. Теория малых упруго пластичных деформаций.
16. Понятие динамического нагружения. Упругие волны в неограниченной среде. Два типа волн. Поверхностные волны Релея.
17. Задача о действии сосредоточенной силы на полупространство.
18. Задача Герца о давлении двух соприкасающихся тел.
19. Осесимметрическая деформация тела вращения.

***по научной специальности 1.1.9 «Механика жидкости, газа и плазмы»***

1. Понятие сплошной среды. Методы описания свойств, взаимодействий и движений материальных сред.
2. Области приложения механики жидкости, газа и плазмы.
3. Системы отсчета и системы координат. Лагранжевы и эйлеровы координаты. Инерциальные и неинерциальные системы отсчета в ньютоновской механике.
4. Подходы Эйлера и Лагранжа для описания движения сплошных сред.
5. Основные определения и свойства кинематических характеристик движения: перемещения, траектории, скорость, линии тока, критические точки, ускорение, тензор скоростей деформации и его инварианты, вектор вихря, потенциал скорости, циркуляция скорости, установившееся и неустановившееся движение среды.
6. Закон сохранения массы. Уравнение неразрывности в переменных Эйлера и Лагранжа. Условие несжимаемости.
7. Массовые и поверхностные, внутренние и внешние силы. Законы сохранения количества движения и моментов количества движения сплошной среды. Дифференциальные уравнения движения и момента количества движения сплошной среды.
8. Модель идеальной жидкости. Уравнения Эйлера. Полные системы уравнений для идеальной, несжимаемой и сжимаемой жидкостей. Начальные и граничные условия.

9. Модель вязкой жидкости. Уравнения Навье-Стокса. Полные системы уравнений для вязкой несжимаемой и сжимаемой жидкостей. Начальные и граничные условия.
10. Реология и реологические модели в механике сплошных сред.
11. Равновесие жидкости и газа в поле потенциальных массовых сил. Закон Архимеда.
12. Плоское движение идеальной жидкости. Функция тока. Стационарное обтекание жидкостью цилиндра и профиля. Формулы Чаплыгина и теорема Жуковского.
13. Постановка задачи о волнах на поверхности тяжелой несжимаемой жидкости. Гармонические волны. Фазовая и групповая скорость. Дисперсия волн.
14. Ламинарное движение несжимаемой вязкой жидкости. Течения Куэтта и Пуазейля.
15. Турбулентность. Опыт Рейнольдса. Признаки турбулентных течений. Уравнение Рейнольдса.
16. Прямое численное моделирование турбулентности. Другие методы численного моделирования турбулентных течений.
17. Распространение малых возмущений в сжимаемой жидкости. Волновое уравнение. Скорость звука.
18. Плоские стационарные сверхзвуковые течения газа. Метод характеристик.
19. Электромагнитные явления в жидкостях. Уравнения магнитной гидродинамики.
20. Физическое подобие, моделирование. Определение физического подобия. Моделирование. Критерии подобия.

#### **4 Рекомендуемая литература**

##### *«Дифференциальные уравнения и математическая физика»*

1. Карташев А.П., Б.Л. Рождественский. Обыкновенные дифференциальные уравнения и основы вариационного исчисления. М.: Наука, 1986.
2. Эльсгольц Л.Э. Дифференциальные уравнения и вариационное исчисление. М.: Книга по требованию, 2012.
3. Самарский А. А., Гулин А. В. Численные методы: Учеб, пособие для вузов,—М.: Наука. Гл. ред. физ-мат. лит., 1989.
4. Марчук Г.И. Методы вычислительной математики. М.: Наука, 1977.
5. Бахвалов Н.С. Численные методы (анализ, алгебра, обыкновенные дифференциальные уравнения). М.: Наука, 1975.
6. Алгазин С.Д. Численные алгоритмы без насыщения в классических задачах математической физики. М.: Научный Мир, 2002.
7. Тихонов А.Н., Самарский А.А. Уравнения математической физики (5-е изд.). М.: Наука, 1977.
8. Полянин А.Д., Зайцев В.Ф., Журов А.И. Методы решения нелинейных уравнений математической физики и механики. М.: Физматлит, 2005.
9. Лаптев Г.И., Лаптев Г.Г. Уравнения математической физики. М.: 2003.
10. Смирнов М.М. Задачи по уравнениям математической физики (6-е изд.). М.: Наука, 1973.

##### *«Теоретическая механика, динамика машин»*

11. Аппель П. Теоретическая механика. М.: Физматгиз, Т.1,2,1960.

12. Гантмахер Ф.Р. Лекции по аналитической механике. М.: Физматлит, 2005.
13. Поляков Н.Н., Зегжда С.А., Юшков М.П. Теоретическая механика. М.: Высшая школа, 2000.
14. Трушин С.И. Метод конечных элементов. М.: АСВ, 2008.
15. Ханефт А.В. Основы теории упругости. - ГОУ ВПО: Кемеровский государственный университет, 2013- 99 с.
16. Димитренко Ю.И. Нелинейная механика сплошных сред. М.: Физматлит. 2010.
17. Вульфсон И. И. Динамика машин. Колебания: учебное пособие для вузов / И. И. Вульфсон. — 2-е изд., испр. и доп. — Москва: Издательство Юрайт, 2022. — 275 с.  
**«Механика деформируемого твёрдого тела»**
1. Барашков В.Н. Основы теории упругости: учебное пособие. Изд-во Том.гос.архит.-строит.ун-та. 2012.-184 с.
2. Пестриков В. М., Морозов Е. М. Механика разрушения твердых тел: курс лекций. — СПб.: Профессия, 2002.
3. Атапин В.Г., Пель А.Н., Темпик А.И. Сопротивление материалов. Базовый курс. - Новосибирск, 2011. - 508с. Ил
4. Димитренко Ю.И. Нелинейная механика сплошных сред. М.: Физматлит. 2010.  
**«Механика жидкости, газа и плазмы»**
5. Кочин Н.Е., Кибель И.А., Розе Н.В. Теоретическая гидромеханика. Ч. I, II. - М.: Физматгиз, 1963. -728 с.
6. Седов Л.И. Механика сплошной среды. Т. I, II. 5-е изд. - М.: Наука, 1994. - 530 с.
7. Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. Гидродинамика. 3-е изд. - М.: Наука, 1986. - 734 с.
8. Лойцянский Л.Г. Механика жидкости и газа. - М.: Дрофа, 2003. - 846 с.
9. Черный Г.Г. Газовая динамика. -М.: Наука, 1988. -425 с.
10. Прандтль Л. Гидроаэромеханика. - М.: Изд-во РХД, 2000. - 575 с.
11. Шлихтинг Г. Теория пограничного слоя. - М.: Наука, 1974. - 711 с