

Документ подписан простой электронной подписью  
Информация о владельце:  
ФИО: Динник Оксана Владимировна  
Должность: Руководитель СФТИ НИЯУ МИФИ  
Дата подписания: 13.10.2023 15:47:50  
Уникальный программный ключ:  
d85fa2f259a0913da9b082999858917384201011

**МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ**  
**ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ**  
**«НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ ЯДЕРНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ «МИФИ»**  
**Снежинский физико-технический институт –**  
филиал федерального государственного автономного образовательного учреждения высшего образования  
«Национальный исследовательский ядерный университет «МИФИ»  
**(СФТИ НИЯУ МИФИ)**

«УТВЕРЖДАЮ»  
Зам. руководителя по учебной  
и научно-методической работе  
П. О. Румянцев  
« \_\_\_\_ » \_\_\_\_\_ 20\_\_ г.

**РАБОЧАЯ ПРОГРАММА УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ**  
**ЧИСЛЕННЫЕ МЕТОДЫ РЕШЕНИЯ УРАВНЕНИЯ ПЕРЕНОСА ИЗЛУЧЕНИЯ**  
наименование дисциплины

Направление подготовки 01.04.02 «Прикладная математика и информатика»

Профиль подготовки «Математическое обеспечение компьютерных технологий»

Наименование образовательной программы: \_\_\_\_\_

Квалификация (степень) выпускника: магистр

(бакалавр, магистр, специалист)

Форма обучения очная

(очная, очно-заочная (вечерняя), заочная)

г. Снежинск,  
2022 г.

## АННОТАЦИЯ

Курс «Численные методы решения уравнения переноса излучения» является логическим продолжением курса «Численные методы», читаемого студентам бакалавриата кафедры «Высшая и прикладная математика» СФТИ НИЯУ МИФИ, и во многом обобщает результаты, полученные в рамках указанного курса. Рассматривается применение аппарата математического моделирования для решения прикладных задач, связанных с описанием реальных физических процессов. Освещаются классические и современные методы построения сеточных аппроксимаций дифференциальных моделей со сложной геометрией. Большое внимание уделено применению метода конечных объемов на индексных и нерегулярных сетках. Подробно рассматривается метод динамической адаптации для численного решения нелинейных задач на сетках малой размерности.

### 1. ЦЕЛИ ОСВОЕНИЯ УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ

Целями освоения учебной дисциплины «Численные методы решения уравнения переноса излучения» являются освоение основных идей численных методов основанных на применении неортогональных сеток при решении важных прикладных задач и использование данной методики как готового инструмента практической работы при проектировании и разработке систем матобеспечения, математической обработке данных технических, экономических и других задач, построении алгоритмов и организации вычислительных процессов на ЭВМ.

### 2. МЕСТО УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ В СТРУКТУРЕ ООП ВО

Дисциплина логически и содержательно-методически связана с материалами следующих дисциплин, читаемых студентам физико-математических специальностей: численные методы, уравнения математической физики, линейная алгебра, математический анализ.

Для успешного освоения дисциплины необходимы знания по курсам численных методов, практикума на ЭВМ, римановой геометрии и тензорного анализа. Необходимо уметь работать с матрицами, решать дифференциальные и интегральные уравнения, знать дифференциальное и интегральное исчисление, владеть различными высокоуровневыми языками программирования.

Полученные в результате освоения данной дисциплины навыки и знания используются, при подготовке дипломных проектов, при проведении научно-поисковых исследований.

### 3. КОМПЕТЕНЦИИ ОБУЧАЮЩЕГОСЯ, ФОРМИРУЕМЫЕ В РЕЗУЛЬТАТЕ ОСВОЕНИЯ УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ/ОЖИДАЕМЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ ОБРАЗОВАНИЯ И КОМПЕТЕНЦИИ ОБУЧАЮЩЕГОСЯ ПО ЗАВЕРШЕНИИ

УК-1	Способен осуществлять критический анализ проблемных ситуаций на основе системного подхода, вырабатывать стратегию действий
ОПК-1	Способен решать актуальные задачи фундаментальной и прикладной математики
ОПК-2	Способен совершенствовать и реализовывать новые математические методы решения прикладных задач

ОПК-3	Способен разрабатывать математические модели и проводить их анализ при решении задач в области профессиональной деятельности
ОПК-4	Способен комбинировать и адаптировать существующие информационно-коммуникационные технологии для решения задач в области профессиональной деятельности с учетом требований информационной безопасности
ПК-1	Способен проводить научные исследования и получать новые научные и прикладные результаты самостоятельно и в составе научного коллектива
ПК-2	Способен к разработке и внедрению наукоемкого программного обеспечения, способствующего решению передовых задач науки и техники на основе современных математических методов и алгоритмах
ПК-3	Способен развивать инновационный потенциал новых научных и научно-технологических разработок
ПК-5	Способен четко формулировать цели и задачи научно-прикладных проектов, разрабатывать концептуальные и теоретические модели решаемых задач
ПК-9	Способен использовать современные информационные технологии в образовательной деятельности
ПК-10	Способен осуществлять подготовку и переподготовку кадров в области прикладной математики и информационных технологий

#### 4. СТРУКТУРА И СОДЕРЖАНИЕ УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ

Семестр	Трудоемкость, кредит	Общий объем курса, час.	Лекции, час.	Практич. занятия, час.	КСР, час.	СРС, час.	Форма контроля, Экз./зачет
1	1	144	36	36	0	36	экзамен

Занятия в интерактивной форме составляют 12 часов от общего объема аудиторных занятий. Общая трудоемкость дисциплины составляет 6 кредитов, 216 часов.

№ п.п	Наименование раздела учебной дисциплины	Недели	Лекции, час.	Практ. занятия / семинары, час.	Лабораторные работы, час.	Обязат. текущий контроль (форма*, неделя)	Аттестация раздела (форма*, неделя)	Максимальный балл за раздел**
	<i>1 Семестр</i>							
1	Раздел 1	1-8	8	8	0	ДЗ-7	КИ, 7	25
2	Раздел 2	9-16	8	8	0	ДЗ-15	КИ, 15	25
	<i>Итого за 1 Семестр</i>		16	16	0			50

\* – сокращенное наименование формы контроля

\*\* – сумма максимальных баллов должна быть равна 100 за семестр, включая зачет и (или)

экзамен

Сокращение наименований форм текущего контроля и аттестации разделов:

Обозначение	Полное наименование
ДЗ	Домашнее задание
КИ	Контроль по итогам
З	Зачет
Э	Экзамен

### КАЛЕНДАРНЫЙ ПЛАН

Недели	Темы занятий / Содержание	Лек., час.	Пр./сем., час.	Лаб., час.
	<i>1 Семестр</i>	16	16	0
1 - 4	<b>Тема 1. Основные понятия теории разностных схем</b> Дискретизация дифференциальных уравнений. Определения аппроксимации, устойчивости и точности разностных схем и теорема об их взаимосвязи. Методы построения разностных схем: метод конечных разностей, интегро-интерполяционный метод, проекционно-сеточные методы. Методы исследования устойчивости разностных схем. Метод рядов Фурье, метод энергетических неравенств, принцип максимума, спектральный метод. Пределы детализации и формулировка моделей сплошных сред. Методы повышения устойчивости явных схем для параболических уравнений. Уравнения газовой динамики. Лагранжевы и эйлеровы переменные.	Всего аудиторных часов		
		Онлайн		
5 - 8	<b>Тема 2. Методы численного решения одномерных уравнений диффузии</b> Уравнение теплопроводности с нелинейной зависимостью коэффициента теплопроводности и источников тепла от температуры. Постановки задач с краевыми условиями. Аппроксимация уравнения теплопроводности на неравномерных пространственных сетках. Итерационные реализации метода прогонки для решения нелинейных систем сеточных уравнений теплопроводности. Постановка разностной задачи о формировании неподвижных фронтов для одномерной квазилинейной задачи теплопроводности с однородными граничными условиями.	Всего аудиторных часов		
		Онлайн		
9 - 16	<b>Тема 3. Теоретические основы метода конечных элементов</b> Метод конечных элементов. Метод взвешенных невязок Метод Бубнова-Галеркина. Обобщенные решения и	Всего аудиторных часов		
		Онлайн		

	слабая постановка задачи. Аппроксимация и сходимость метода Бубнова-Галеркина Вариационно-сеточные методы. Метод Рунге, метод наименьших квадратов. Метод конечных элементов. Двумерное уравнение Пуассона, линейная задача теории упругости. Разрывный метод Галеркина. Решение нестационарной задачи конвекции-диффузии.			
1 - 4	<b>Тема 4. Метод конечных объемов для численного решения многомерных задач</b> Постановка двумерной и трехмерной задач теплопроводности. Начальные условия. Краевые условия. Условия на контактных границах в сложных областях. Метод конечных объемов на индексных сетках. Конечно-объемная аппроксимация двумерного уравнения теплопроводности на четырехугольных сетках. Конечно-объемная аппроксимация трехмерных задач газовой динамики на индексных сетках.	Всего аудиторных часов		
		Онлайн		
5 - 8	<b>Тема 5. Метод конечных объемов для стационарной задачи конвекции-диффузии</b> Операторные формы записи стационарных уравнений конвекции диффузии. Свойства операторов диффузионного и конвективного переноса в консервативной, неконсервативной и симметричных формах. Метод конечных объемов для стационарной задачи конвекции диффузии на треугольных сетках. Многоугольники Вороного, триангуляция Делоне, сеточные операторы переноса, их свойства и связь между ними. Условия монотонности схем вида $C_{\{1,2\}} u + Du = f(x)$ . Построение безусловно монотонных схем для стационарной задачи конвекции-диффузии.	Всего аудиторных часов		
		Онлайн		
9 - 11	<b>Тема 7. Метод динамической адаптации для параболических уравнений</b> Запись дифференциальных моделей в подвижных системах координат. Принцип квазистационарности. Начальные и граничные условия в подвижных системах координат. Применение принципа квазистационарности для нелинейной задачи теплопроводности. Задача о формировании неподвижных фронтов. Задача о распространении тепловых волн. Динамическая адаптация в нелинейных уравнениях конвекции-диффузии. Уравнение Бакли — Леверетта. Уравнение Бюргера.	Всего аудиторных часов		
		Онлайн		
12 - 15	<b>Тема 6. Метод динамической адаптации для гиперболических уравнений</b> Уравнения газовой динамики. Эйлера и лагранжевы переменные. Запись уравнений газовой динамики в	Всего аудиторных часов		
		Онлайн		

	произвольной нестационарной системе координат. Выбор функции преобразования. Принцип квазистационарности. Соотношения на разрывах и граничные условия. Построение разностной схемы для задачи газовой динамики в нестационарной системе координат. Расчет ударных волн без явного выделения разрыва. Расчет ударных волн с явным выделением разрыва.			
--	---	--	--	--

Сокращенные наименования онлайн опций:

Обозначение	Полное наименование
ЭК	Электронный курс
ПМ	Полнотекстовый материал
ПЛ	Полнотекстовые лекции
ВМ	Видео-материалы
АМ	Аудио-материалы
Прз	Презентации
Т	Тесты
ЭСМ	Электронные справочные материалы
ИС	Интерактивный сайт

### **Знать**

31 базовые понятия теории разностных схем:

- основные методы построения сеточных аппроксимаций дифференциальных моделей для физических процессов;

- методы рядов Фурье, энергетических неравенств, принцип максимума и спектральный метод для исследования устойчивости разностных схем;

- построение дифференциальных приближений для разностных схем;

32 методы решения линейных и нелинейных систем алгебраических уравнений:

- построение итерационных по нелинейностям алгоритмов;

- организация метода матричной прогонки с линеаризацией методом Ньютона;

- понятие о потоковой прогонке;

33 виды записи дифференциальных моделей физических процессов:

- запись уравнений газовой динамики в лагранжевых и эйлеровых переменных;

- дивергентные и недивергентные формы записи законов сохранения;

- запись основных уравнений математической физики в нестационарных системах координат;

34 свойства операторов переноса:

- свойства оператора диффузионного переноса;

- принцип максимума для стационарных задач конвекции-диффузии;

- условия монотонности разностных схем для уравнений переноса;

35 особенности динамической адаптации для гиперболических уравнений:

- различные подходы для расчета ударных волн;

- особенности гиперболических уравнений и методы регуляризации функции преобразования.

### ***Уметь***

У1 корректно составлять математическую модель для описания заданного на формальном языке физического процесса:

- постановка задач нелинейной теплопроводности и конвекции-диффузии с различными граничными и начальными условиями;

- постановка задач газовой динамики;

- запись математических моделей в безразмерных переменных;

У2 строить сеточные аппроксимации математических моделей:

- применение метода конечных объемов для законов сохранения;

- построение слабых формулировок задач, построение решений методами Галеркина;

У3 применять методы динамической адаптации для дифференциальных моделей:

- переход в нестационарную систему координат;

- определение функции преобразования;

- применение принципа квазистационарности;

- исследование дифференциального приближения для повышения качества разностных схем;

У4 исследовать разностные схемы для выполнения принципа максимума:

- достаточное условие монотонности разностной схемы;

- использование фундаментального решения сопряженной задачи.

### ***Владеть***

В1 навыками реализации алгоритмов численного решения задач математической физики:

- составление программ для численного решения модельных задач;

- проведение численных экспериментов для модельных задач и оценка точности расчетов;

В2 навыками визуализации результатов численных расчетов:

- демонстрация навыков представления результатов расчетов с помощью специальных средств визуализации;

В3 методами сеточной аппроксимации расчетных областей:

- триангуляция Делоне, построение диаграмм Вороного.

## **5. ОБРАЗОВАТЕЛЬНЫЕ ТЕХНОЛОГИИ**

Лекции и семинары проводятся в традиционной форме. При выполнении домашнего задания студенты широко используют компьютерные технологии. Часть занятий, в частности получение ряда важных постановок задач, проведения математических выкладок и анализа результатов проводится в интерактивной форме дискуссии и предполагает активное участие студентов в освоении материала. Обязательным требованием является самостоятельная работа студентов, выполнение индивидуальных заданий, работа с литературой.

## **6. ТРЕБОВАНИЯ К ФОНДУ ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ В РАМКАХ РЕАЛИЗУЕМОЙ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЙ ПРОГРАММЫ**

Фонд оценочных средств (ФОС) – является неотъемлемой частью учебно-методического комплекса учебной дисциплины «Численные методы решения задач математической физики на неортогональных сетках» и предназначен для контроля и оценки образовательных достижений обучающихся, освоивших программу данной дисциплины.

При проведении текущего контроля успеваемости по дисциплине «Численные методы решения задач математической физики на неортогональных сетках» используются

- Домашняя работа

Рубежный контроль проводится на 8 и 16 (на 1 семестре) неделе, и на 8 и 15 (на 2 семестре) неделе. Промежуточный контроль выставляется на основе зачета (на 1 семестре) и экзамена (на 2 семестр).

## **7. УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ И ИНФОРМАЦИОННОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ**

ОСНОВНАЯ ЛИТЕРАТУРА:

1. Математические вопросы численного решения гиперболических систем уравнений : учебное пособие, Москва: Физматлит, 2012

ДОПОЛНИТЕЛЬНАЯ ЛИТЕРАТУРА:

1. Математическое моделирование нестационарных процессов удара и проникания осесимметричных тел и идентификация свойств грунтовых сред. : учебное пособие, Москва: Физматлит, 2011

2. Численные методы линейной алгебры : учебное пособие, Санкт-Петербург: Лань, 2011

3. Кибернетика, вычислительная техника, информатика Т.3 Кибернетика и ее применение в народном хозяйстве, , Киев: Наук. думка, 1990

4. Численные методы : Учебное пособие для вузов, Калиткин Н.Н., М.: Наука, 1978

5. Разностные методы решения краевых задач : , Рихтмайер Р.Д.,Мортон К.;Пер.с англ., М.: Мир, 1972

6. Теория разностных схем : Учеб.пособие для вузов, Самарский А.А., М.: Наука, 1989

ПРОГРАММНОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ:

Специальное программное обеспечение не требуется

## **8. МАТЕРИАЛЬНО-ТЕХНИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ**

Специальное материально-техническое обеспечение не требуется



Программа составлена в соответствии с требованиями ФГОС ВО по направлению подготовки 01.04.02 «Прикладная математика и информатика», ОС ВО НИЯУ МИФИ протокол № 21/11 от 27.07.2021 г.

Автор: доцент кафедры Высшей и прикладной математики, к.ф.-м.н., Глазырин Игорь Валерьевич

---

Рецензент \_\_\_\_\_

---

Программа одобрена на заседании кафедры Высшей и прикладной математики 29 июня 2022 г., протокол № 12

---